実験Ⅰ　　ノギスとマイクロメータ

1. 目的

ノギスとマイクロメータを用いて，対象とする円盤の直径と厚さを測定し，体積を求める．そして，測定値の有効数字ならびに確率誤差についての検討を行う．

2. 原理

2.1　ノギス（nogius または vernier calipers）

ノギスは図 1 のような構造を有し，3 種類の使用方法がある．

(i)「外側ジョー」で，外径または外寸を測定する．

(ii)「内側クチバシ」で，内径または内のりを測定する．

(iii)「デプスバー」で，深さを測定する．

本実験では，(i)の「外側ジョー」により円盤の外径を測定する．

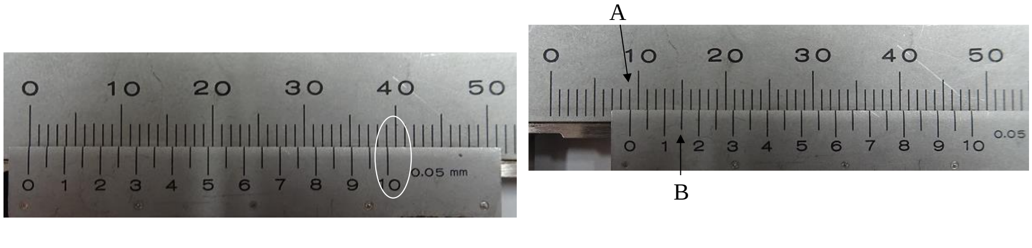
ノギスには，1[mm]以下を正確に測るため，「副尺（バーニア目盛り）」が付いている．以下，副尺の原理ならびにその読み方について説明する．

本実験で使用するノギスの副尺は，図 2(a)に示すように，主尺の 39 目盛り（1 目盛りは 1[mm]）を 20 等分したものである．副尺の 1 目盛りは 39/20=1.95[mm]となる．従って，主尺と副尺の 1 目盛りあたりの差は 2-1.95=0.05[mm]となり，0.05(1/20)[mm]まで読むことができる．

例えば，図 2(b)の場合，

① まず，副尺の 0 の位置で，主尺の目盛りを読む（A 点）．・・・9[mm]

図 1　ノギスの名称と測定箇所



（a）物体をはさまない状態　　（b）計測時

図 2　副尺の読み方

② 1[mm]以下は，副尺と主尺の目盛りが一致したところ（B 点）の副尺の目盛りを読む．・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・0.15[mm]

③ （①＋②）で・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・9.15[mm]

となる．

このように，1/20[mm]の副尺を使うと小数点以下第 2 位まで測定できるが，その最後の桁の値は 0 または 5 となる．

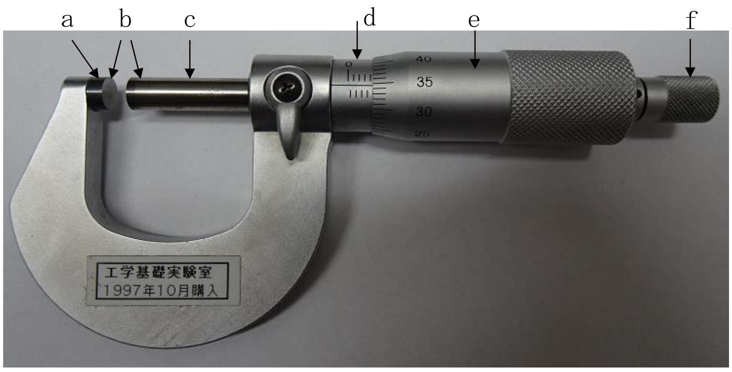
2.2　マイクロメータ（screw micrometer）

マイクロメータは ネジの回転を利用して，その進む距離と回転角から，微小な距離を測る器具である．その構造を図 3 に示す．b の超鋼チップの間に物体を挟んで長さを測定する．ネジを進める際には，f のラチェットストップを静かに回転し，2〜3 回空転した後，目盛りを読み取ることが大切である．測定時に e のシンブルを回すと，ネジの締め付け力が大きくなり，正確な測定ができない．f のラチェットストップは b の超鋼チップに一定圧力が加わったときに空転する．

次にマイクロメータの目盛りの読み方について説明する．読み取りの例を図 4 に示す．シンブルを 1 回転すると，c のスピンドルは 0.5[mm]進む．その目盛りは d のスリーブに刻んであるので，ここで[mm]のオーダーを読む．ただし，図 4 に示すようにスリーブの上段と下段では 0.5[mm]のずれがあるので，どちら側で読めばいいか，判断することが重要である．1[mm]以下は e のシンブルの目盛りで読む．その円周は 50 等分してあるから，最小目盛りは 0.5/50=0.01[mm]である．さらに，目分量で 1/10 まで読み取るので 1/1000[mm]まで測定することができる．

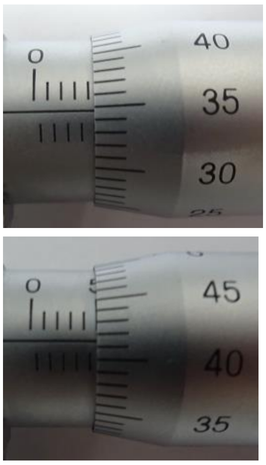
3. 実験器具

ノギス，マイクロメータ，マイクロメータ用スタンド（温度上昇を避けるた



a:アンビル　　d:スリーブ
b:超硬チップ　e:シンブル
c:スピンドル　f:ラチェットストップ

図 3　マイクロメータの構造



4.0+0.347=4.347
スリーブ：4.0
シンブル：0.347
読み　　：4.347

4.5+0.415=4.915
スリーブ：4.5
シンブル：0.415
読み　　：4.915

図 4　マイクロメータの目盛りの読み方

めに使用)，円盤.

4. 実験方法

4.1　直径の測定

ノギスを用いて 10 分割した円盤の直径を図 5 に従って測定し，その結果を表 1 に記入する.

4.2　厚さの測定

マイクロメータをスタンドに取り付け，最初に以下で説明する零点補正を行った後，図 6 に示した位置で測定し，その結果を表 2 に記入する.

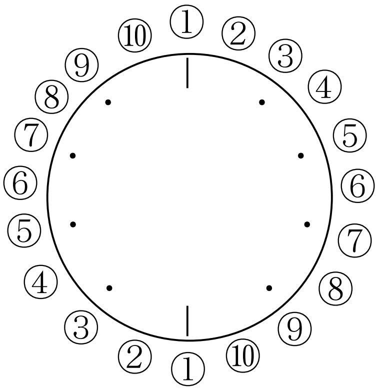


図 5　直径の測定位置

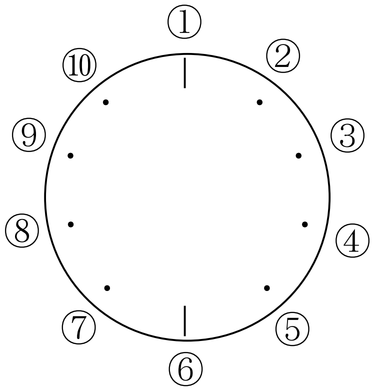


図 6　厚さの測定位置

補正値＝測定値-(-0.003)　　補正値＝測定値-0.004

図 7　零点補正の例

零点補正

i)何もはさまないで，ラチェットストップを静かに 2〜3 回空転させる．そのとき，シンブルの 0 目盛りは，図 7 左のようにわずかに行き過ぎるか，または図 7 右のように 0 まで回りきらない.

ii)このときの値を読み取る．1 目盛りは 0.01[mm]であるが，0.001[mm]まで目分量で読む．その値に図 7 左の場合にはマイナスの符号を付け，図 7 右の場合ではプラスの符号を付ける.

iii)次式で補正値を計算する.

補正値＝測定値－零点

iv)この補正は，測定位置を変えるたびに毎回行う.

5. 測定値　試験片 No.____

表 1　直径の測定結果（ノギスを使用）

	直径*D*	残差 δ	δ^2
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
avg.		Σ δ^2	
		u*D*	

残差 δ = 測定値－測定値の平均

表 2　厚さの測定結果（マイクロメータを使用）

	零点	厚さ*H'*	補正値*H*	残差 δ	δ^2
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
		avg.		Σ δ^2	
				u*H*	

6. 体積の計算

・円盤の体積　$V = \pi\left(D/2\right)^2 \times H = \left(\pi/4\right)D^2 H$　　(1)

ここで，D と H はそれぞれの平均値を用いること．

7. 誤差の計算

円盤の直径の確率誤差を式(2)より，厚さの確率誤差を式(3)から求める．

ここで，n は測定回数である．

・直径の平均値の確率誤差

$$\mu_D = 0.6745\sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n\left(n-1\right)}} \qquad (2)$$

・厚さの平均値の確率誤差

$$\mu_H = 0.6745\sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n(n-1)}} \tag{3}$$

・体積の平均値の確率誤差

$$\mu_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)^2 \mu_D{}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\right)^2 \mu_H{}^2} \tag{4}$$

式(4)で$V = (\pi/4)D^2H$より

$\frac{\partial V}{\partial D} = \frac{\pi}{2}DH,\quad \frac{\partial V}{\partial H} = \frac{\pi}{4}D^2$　となる.

8. 測定例および計算例

表 3　直径の測定例

	直径*D*	残差δ	δ^2
1	34.00	0.05	0.0025
2	34.30	0.35	0.1225
3	34.60	0.65	0.4225
4	34.60	0.65	0.4225
5	34.10	0.15	0.0225
6	33.80	−0.15	0.0225
7	33.50	−0.45	0.2025
8	33.45	−0.50	0.2500
9	33.50	−0.45	0.2025
10	33.65	−0.30	0.0900
avg.	33.950	Σδ^2	1.7600
		u*D*	0.09432

表 4　厚さの測定例

	零点	厚さ*H'*	補正値*H*	残差δ	δ^2
1	0.004	4.914	4.910	−0.0536	0.00287296
2	0.000	4.901	4.901	−0.0626	0.00391876
3	−0.002	4.936	4.938	−0.0256	0.00065536
4	0.004	4.961	4.957	−0.0066	0.00004356
5	0.003	4.990	4.987	0.0234	0.00054756
6	−0.005	5.012	5.017	0.0534	0.00285156
7	0.008	5.012	5.004	0.0404	0.00163216
8	0.000	4.998	4.998	0.0344	0.00118336
9	0.003	4.977	4.974	0.0104	0.00010816
10	−0.008	4.942	4.950	−0.0136	0.00018496
		avg.	4.9636	Σδ^2	0.0139984
				u*H*	0.008412

・円盤の体積

$$V=(\pi/4)\bar{D}^2\bar{H}$$
$$=(3.14159/4)\times 33.950^2\times 4.9636$$
$$=4493.30$$

・直径の平均値の確率誤差

$$\mu_D=0.6745\sqrt{\frac{\sum\delta^2}{n(n-1)}}=0.6745\sqrt{\frac{1.7600}{10\times 9}}$$
$$=0.09432$$

・厚さの平均値の確率誤差

$$\mu_H=0.6745\sqrt{\frac{\sum\delta^2}{n(n-1)}}=0.6745\sqrt{\frac{0.01399840}{10\times 9}}$$
$$=0.008412$$

・体積の平均値の確率誤差

$$\frac{\partial V}{\partial D}=\frac{\pi}{2}DH=\frac{3.14159}{2}\times 33.950\times 4.9636=264.70$$
$$\frac{\partial V}{\partial H}=\frac{\pi}{4}D^2=\frac{3.14159}{4}\times 33.950^2=905.25$$

$$\mu_V=\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)^2{\mu_D}^2+\left(\frac{\partial V}{\partial H}\right)^2{\mu_H}^2}=\sqrt{264.70^2\times 0.9432^2+905.25^2\times 0.008412^2}$$
$$=26.103$$

結果の一例

エクセルを使って散布図（図 8，9）とレーダー（図 10，11）で図を作成.

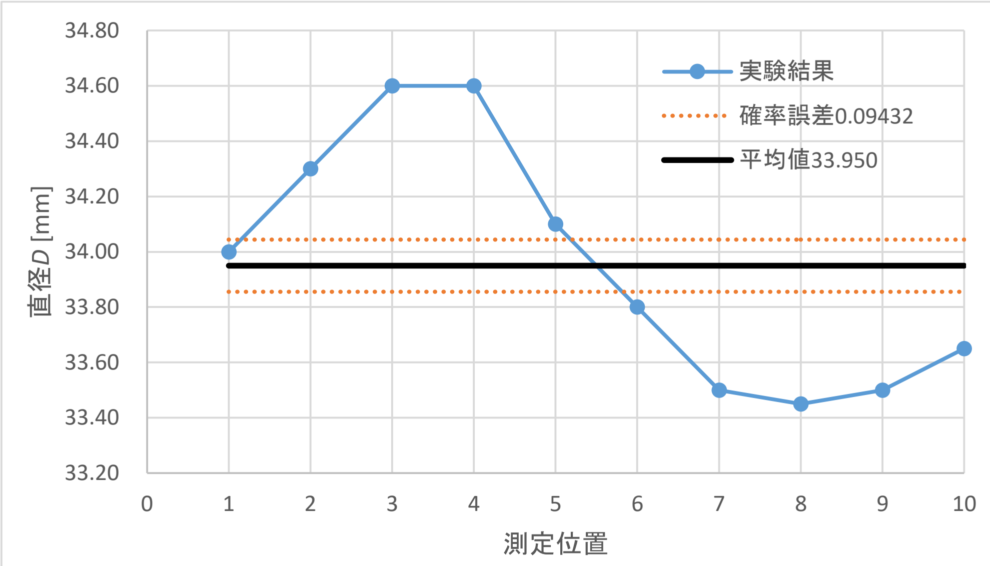


図 8　直径の分布

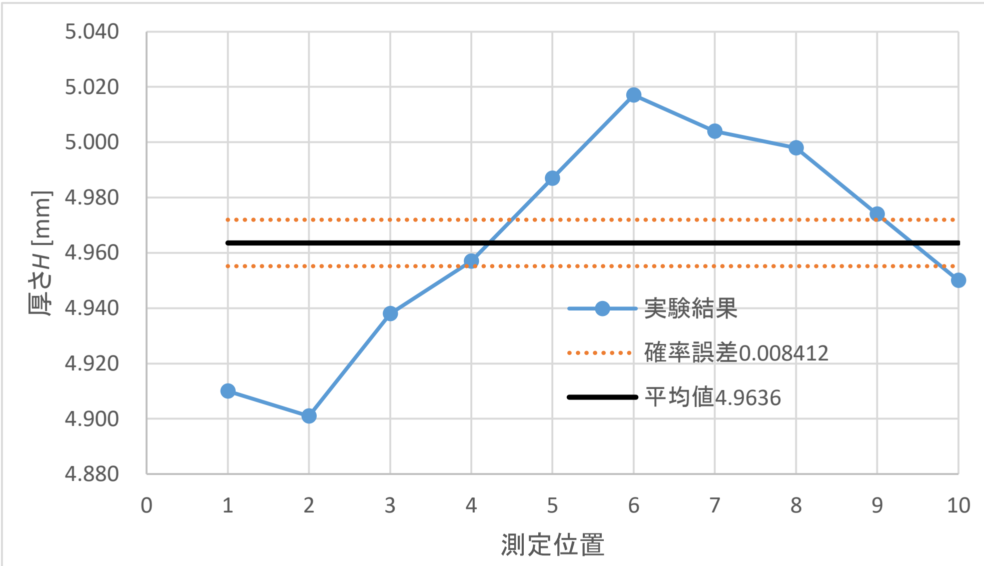


図 9　厚さの分布

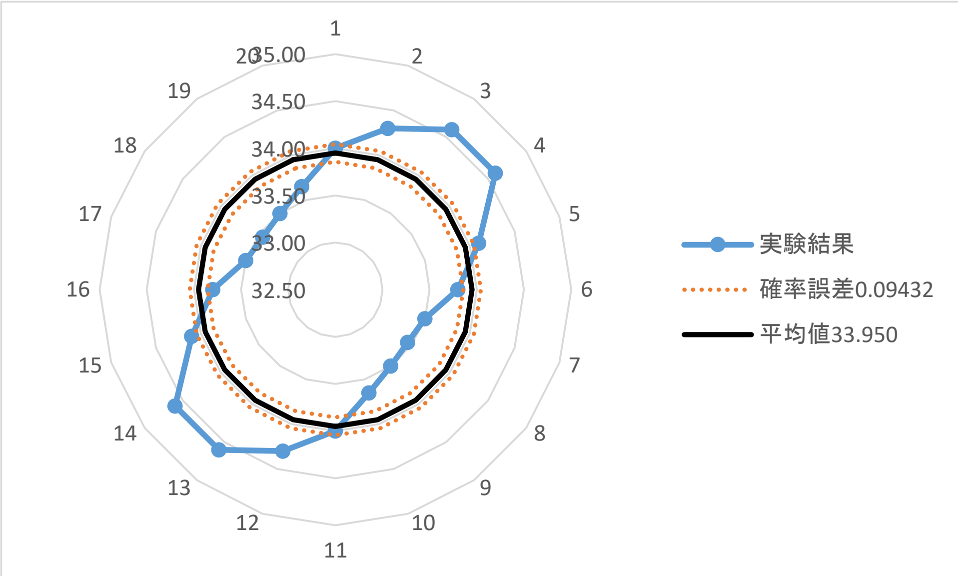


図 10　直径の分布

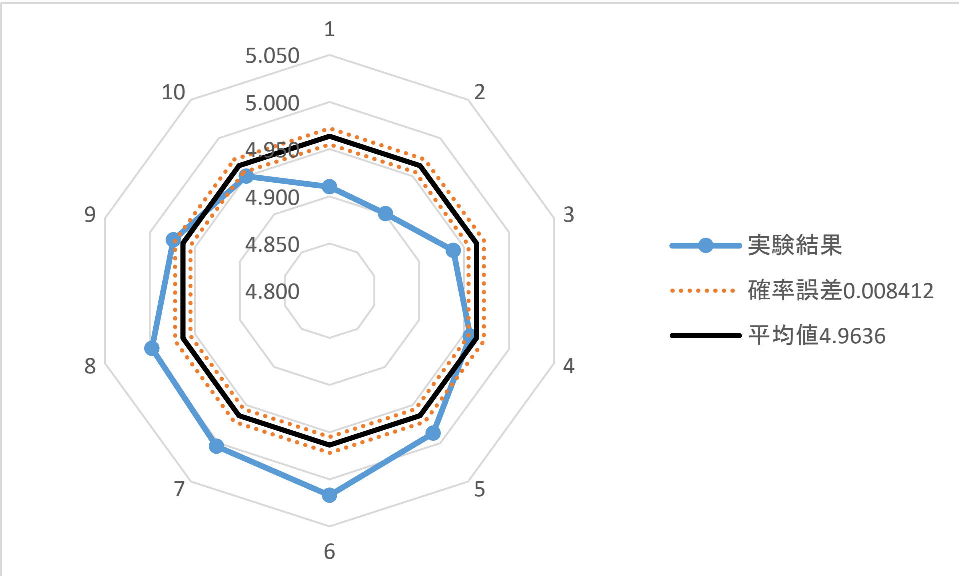


図 11　厚さの分布

9. 結果・考察・感想

(1) 測定結果をエクセルを使って表に記入し，整理せよ．

(2) 表の結果をエクセルを使って図で整理せよ．

(3) 整理した表と図より測定結果について考察せよ．

(4) 体積の平均値の確率誤差を求めよ．

(5) この実験の感想を述べよ．

レポートの書き方

・誤差

絶対誤差＝測定値-真値　（単位あり）

相対誤差＝絶対誤差/真値（単位なし，無次元）

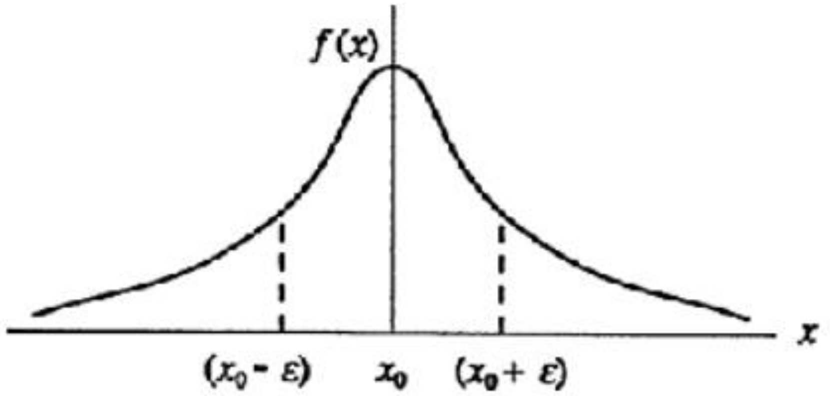
残差＝測定値-平均値（単位あり）

<u>誤差の分布</u>

ある物理量の真値を x_o であるとし，この量を同じ条件で数多く測定するとき，統計誤差はなく，偶然誤差のみが誤差の原因とすると，測定値 x は真値 x_o のまわりにランダムに分布しており，x が x_o から離れるほど，その値が測定される確率は小さくなるはずである．確率論によれば，x はガウス分布（正規分布とも言う）をしており，その分布関数は

$f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp\left(\frac{-\left(x-x_o\right)^2}{2\sigma^2}\right)$ で表され，

次の図で示すように，$x= x_o$ でピークを示す．σ は標準偏差と呼ばれ，分布の広



A1　ガウス分布

がりを表す量である．ある量を n 回測定して得られた測定値を x_1，x_2，・・・，x_n とすると，各測定値に含まれる誤差は $x_i - x_o$ であり，この誤差の二乗の平均を σ^2 とすると，

$$\sigma^2=\sum\frac{\left(x_i-x_o\right)^2}{n}$$

である．したがってその平方根の σ は，

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-x_o\right)^2}{n}}$$

と計算される．関数 $f(x)$のすそ野は，$x=\pm\infty$ まで続いているが，図 A1 のように $x=x_o\pm\varepsilon$ で挟まれる領域を考え，その面積が全面積の 1/2 になる場合，すなわち全データの 1/2 がその中に含まれるようにεを選ぶと，

$$\int_{x_o-\varepsilon}^{x_o+\varepsilon} f(x)dx=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$$

から，

$$\varepsilon=0.6745\sigma=0.6745\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_o)^2}{n}}$$

となる．この値を確率誤差という．しかし，いくら実験を繰り返しても，真値 x_o を知らないとεを計算することはできない．そこで n 回の測定から推測される最も確からしい値として平均値 $\bar{x}$

$$\bar{x}=\sum\frac{x_i}{n}$$

を考えてみる．まず n 回の測定を行って平均値 $\bar{x}_1$ を求め，また n 回の測定を行って平均値 $\bar{x}_2$ を求めると，それらは必ずしも同じではない．すなわち，$\bar{x}$ も x_o の周りに分布しているはずである．しかし，n が大きくなれば $\bar{x}$ も x_o に近いはずで，分布の広がりはσよりずっと狭いであろうと考えられる．統計学によれば，この $\bar{x}$ の標準偏差σ_0 は，

$$\sigma_0=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

となる．先に求めたεの表現でσの代わりにこのσ_0を用いると，

$$\varepsilon=0.6745\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

となるが，これを平均値の確率誤差という．

<u>有効数字</u>

有効数字は，その値がどれだけ信用できるかを示すもので，桁数の多いものほど，精度が高い測定値であることを意味する．

・和・差は，そのまま計算した後，四捨五入し，末尾の位の最も高いものにそろえる．

12.34+5.6-7.89＝10.05$\approx$10.1　「5.6」の小数第 2 位以下が不明であり，10.05 の小数第 2 位以下は信用できないため，小数第 1 位になるよう四捨五入する．

・積・商は，そのまま計算した後，四捨五入し，有効数字の桁数の最も少ないも

のにそろえる．
$12.3 \times 45 = 553.5 \approx 5.5 \times 10^2$，$12.3 \div 45 = 0.2733 \approx 0.27$　「45」のほうが有効数字が少なく，2 桁である．計算をそのまま行うと，それぞれ 553.5，0.2733 となるが，精度を考えれば，上から 3 桁目以下は信用できないため，有効数字 2 桁になるように四捨五入する．なお，途中計算では有効数字の桁数より 1 桁多くとって（それより下は四捨五入して）計算するのが慣例であり，最後に桁数をそろえる．